ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ПО МАТЕМАТИКЕ. 2019–2020 уч. г.
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП. 11 КЛАСС

Задача 1. Существуют ли три таких ненулевых действительных числа a, b и c, что все три уравнения $ax^2+b=0$, $bx^2+c=0$ и $cx^2+a=0$ имеют решения?

Задача 2. В треугольнике *ABC* проведена медиана *BM*. Оказалось, что угол *AMB* равен 60°. На продолжении стороны *AC* за точку *A* отмечена точка *D* такая, что *AD* = *BM*. Докажите, что треугольник *CBD* равнобедренный.

Задача 3. Стоимость одной акции фирмы «Рога и копыта» в начале составляла 1 рубль. Каждый следующий день она либо утраивалась, либо увеличивалась на 1 рубль. Спустя 100 дней акция стала стоить 2019 рублей. Могло ли так оказаться, что за эти 100 дней стоимость акции утраивалась ровно 5 раз?

Задача 4. Алёна разбила все натуральные числа от 1 до 2019 на 450 групп. Затем она вычислила произведения чисел в каждой группе и посчитала сумму цифр каждого получившегося произведения. Могла ли Алёна получить 450 одинаковых чисел?

Задача 5. Боковое ребро правильной четырёхугольной пирамиды *SABCD* равно 1, а плоские углы при вершине *S* равны по 15°. Точки *X*, *Y*, *Z* отмечены на ребрах *SB*, *SC*, *SD* соответственно. Какое минимальное значение может принимать сумма $AX+XY+YZ+ZA$?

Задача 6. Докажите, что число способов разрезать клетчатую доску 6 × 7 на трёхклеточные уголки — чётно.

За полное решение каждой задачи даётся 7 баллов.