ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ПО МАТЕМАТИКЕ. 2019–2020 уч. г.
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП. 9 КЛАСС

Задача 1. В ряд стоят 10 клеток. Можно ли в одну клетку посадить одного кролика, в другую — двух, в третью — трёх, …, в десятую — десять так, чтобы в любых трёх подряд идущих клетках было не более 15 кроликов?

Задача 2. На сторонах BC и AD прямоугольника $ABCD$ во внешнюю сторону построены равные тупоугольные треугольники BXC и DYA: $BX = DY$, $XC = YA$, BXC и DYA — равные тупые углы. Докажите, что шестиугольник $ABXCDY$ можно разрезать на три параллелограмма.

Задача 3. У нумизмата есть 2019 различных по весу монет. Известно, что любые 20 монет из его коллекции тяжелее, чем любые 19 монет из оставшихся. Могло ли так оказаться, что есть 37 монет таких, что 18 из них тяжелее, чем оставшиеся 19?

Задача 4. Число $n!$ — это произведение всех натуральных чисел от 1 до n. Какое наименьшее количество чисел (хотя бы одно) можно выбрать из набора 30!, 31!, …, 60! так, чтобы их произведение было равно квадрату некоторого натурального числа?

Задача 5. Из Оксфорда в Кембридж одновременно вылетело три почтовых голубя, каждый из них, доставив послание, сразу же полетел обратно. Первый голубь летел быстрее всех и встретил на обратном пути второго голубя в 36 км от Кембриджа, а третьего голубя — в 50 км от Кембриджа. Второй голубь вторым доставил послание и встретил третьего голубя в 16 км от Кембриджа. Чему равно расстояние между Оксфордом и Кембриджем?

Задача 6. В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AM и CK. Отмечена точка N такая, что $AMNK$ — параллелограмм. Докажите, что прямая CN перпендикулярна KM.

За полное решение каждой задачи даётся 7 баллов.